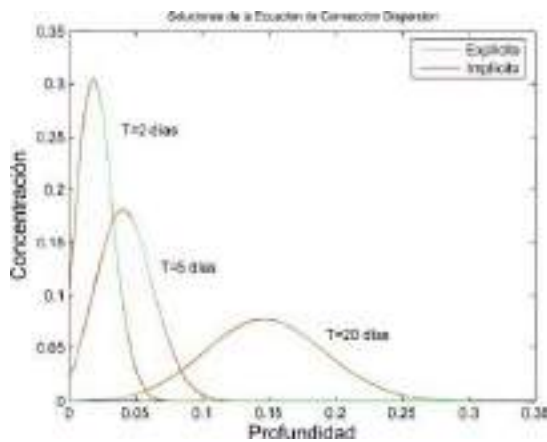


Fig. 2. Simulación de la ecuación convección-dispersión: esquema implícito vs explícito



Para las gráficas que aparecen en esta sección (Figura 3 y Figura 4), el eje de las x representa la profundidad en m (metros) y el eje de las y representa la concentración en $mol\ m^{-3}$.

Como se puede evidenciar, el esquema implícito es un esquema estable para todo valor de los parámetros de discretización. Sin embargo, el costo computacional es más alto que el del esquema explícito, debido a la utilización de memoria (por la necesidad de almacenar la matriz) por el número de operaciones que hay que realizar, al tener que resolver un sistema de ecuaciones en cada iteración de tiempo.

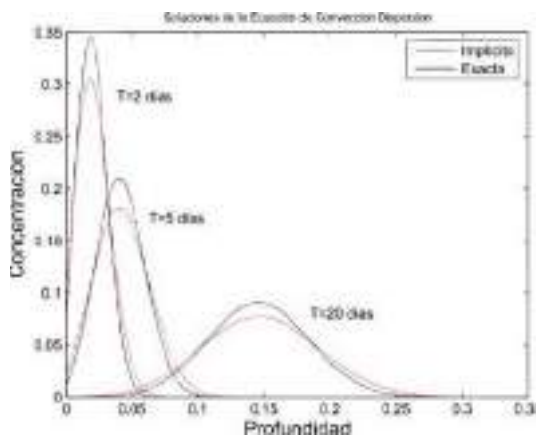


Fig. 3. Simulación de la ecuación convección-dispersión con el esquema implícito con $\Delta t = 0.05$ (días), tiempo final T 2, 5 y 20 días, $\Delta z = 0.0001\ m$ y el espesor de la capa añadida $l = 0.01\ m$. Solución exacta en el tiempo final T 2, 5 y 20 días y valor de la capa añadida $l = 0.01\ m$.

Sin embargo, y de acuerdo con los resultados obtenidos, se puede notar que de los tres esquemas desarrollados el que mejor aproxima los valores obtenidos con la solución exacta es el esquema de Crank-Nicholson, se puede ver en los gráficos que este esquema hace una buena aproximación de la simulación exacta, incluso en los picos, donde es más notorio el error de aproximación.

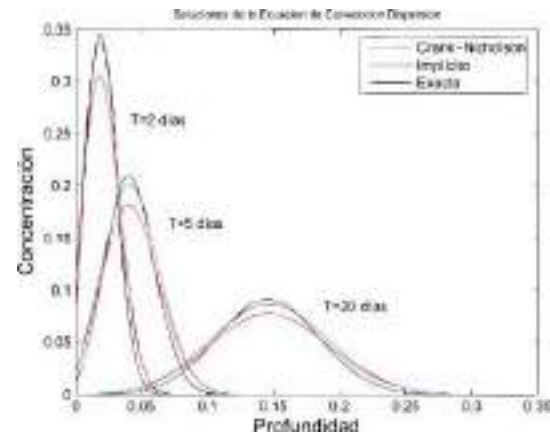


Fig. 4. Simulación de la ecuación convección-dispersión con el esquema implícito con $\Delta t=0.05$ (días), $\Delta t=0.0001$ (m), tiempo final T 2, 5 y 20 días, el espesor de la capa añadida $l=0.01\ m$. Simulación de la ecuación convección-dispersión con el esquema Crank-Nicholson con $\Delta t=0.05$ (días), $\Delta t=0.0001$ (m), tiempo final T 2, 5 y 20 días, el espesor de la capa añadida $l=0.01\ m$. Solución exacta en el tiempo final T 2, 5 y 20 días y valor de la capa añadida $l=0.01\ m$.

V. CONCLUSIONES

Se soluciona la ecuación de advección-convección en forma numérica utilizando los métodos explícito e implícito sobre el problema propuesto por Freijer [4], con las condiciones de contorno e iniciales allí propuestas. Se comparan los resultados obtenidos numéricamente con la solución analítica y se encuentra que los métodos propuestos son buenas aproximaciones de la solución analítica. El método implícito presenta mejor estabilidad para cualquier valor en los parámetros de discretización, pero a un mayor costo computacional. En los

trabajos futuros se espera probar la eficiencia de estos métodos resueltos utilizando computación de alto rendimiento, con lo cual el costo de cómputo ya no sería un problema.

REFERENCIAS

- [1] S. Dardouri and J. SGhaier, “Adsorption characteristics of layered soil as delay barrier of some organic contaminants: Experimental and numerical modeling”, *Environ. Modell. Software*, vol. 110, pp. 95-106, 2018.
- [2] P. Tongyan and T. Miao, “Contamination of roadside soils by runoff pollutants: A numerical study”, *Transp. Geotech.*, vol. 2, pp. 1-9, 2015.
- [3] D. Archundia, C. Duwig, L. Spadini, M. C. Morel, B. Prado, M. P. Perez, V. Orsag and J. M. F. Martins, “Assessment of the Sulfamethoxazole mobility in natural soils and of the risk of contamination of water resources at the catchment scale”, *Environ. Int.*, vol. 130, September 2019.
- [4] J. L. Freijer, E. J. M. Veling, S. M. Hassanizadeh, “Analytical solutions of the convection-dispersion equation applied to transport of pesticides in soil columns”, *Environ. Modell. Software*, vol. 13, pp. 139-149, 1998. Available: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.495.1059&rep=rep1&type=pdf>
- [5] BBA, “Seepage behaviour of plant protection products”, *Guidelines for the official testing of plant protection products*. Part IV 4-2, Braunschweig, Germany, 1986.
- [6] J. I. Freijer, S. Q. Broerse, S. M. Hassanizadeh, A. M. A. Van der Linden, E. J. M. Veling, “Column leaching experiments for aged residues of pesticides: Interpretation and criteria”, Report no. 715801004, Bilthoven, The Netherlands: National Institute of Public Health and the Environment, 1995.
- [7] United States Environmental Protection Agency (EPA), Proposed guidelines for registering pesticides in the United States, Chapter (b) of Section 163, pp. 62-69, Federal Register 43(132), 29719, 1978.
- [8] M. Th. Van Genuchten and W. J. Alves, *Analytical solutions of the one-dimensional convective-dispersive solute transport equation*. USDA Technical Bulletin No. 1661, Washington DC: US Government Printing Office, 1982.
- [9] R. Haberman, *Ecuaciones en derivadas parciales con series de Fourier y problemas de contorno*. 3.^a ed., Madrid: Pearson Educación, 2003.
- [10] W. F. Ames, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. 2nd ed., Computer Science and Applied Mathematics, Orlando, Florida: Academic Press, 1970.
- [11] L. F. León and A. P. Martínez, “Stability Criterion for Explicit Schemes (Finite-Difference Method), on the Solution of the Advection-Diffusion Equation”, in *Proc. of the VIII Int. Conf. on Comput. Methods on Water Resources*, Venice, Italy, 1990, pp. 381-386.
- [12] R. Burden and J. Douglas Faires, *Numerical Analysis*. Boston, USA: CENGAGE Learning, 2015.
- [13] C. D. S. Tomlin, *The pesticide manual*. Farnham, Surrey, UK: British Crop Protection Council, 2000.

